ZUSAMMENFASSUNG – BBR/MSA

Variablen, Terme, Gleichungen

Variablen:

Eine Variable ist ein Platzhalter für eine noch unbekannte Größe (Wert/Zahl).
Verwendet werden Kleinbuchstaben wie: *a, b, c* oder *x, y, z.*

Terme:

Ein Term ist eine Rechenvorschrift die beschreibt, wie man etwas berechnet.
In einem Term können auch Variablen auftreten.

Bsp.: $2+13$; $\frac{10-a}{4}$; $2x-4$; $129 \div 12 - 25\%$; $-24 \cdot a - 3x$

Grundlagen:

- $1x = 1 \cdot x$ Das Multiplikationszeichen zwischen einer Zahl und einer Variable muss nicht geschrieben werden!
- $1a = a$ Der Faktor 1 muss nicht geschrieben werden!
- $+3x = 3x$ Ein positives Vorzeichen muss nicht geschrieben werden!
- $1z = z \cdot 1$ Faktoren sind vertauschbar
- $\frac{2}{4} = 2 \div 4$ Der Bruch ist eine andere Schreibweise der Division (Zähler durch Nenner).

Rechenregeln:

- Zwei Rechenzeichen stehen niemals ohne Klammer nebeneinander
  $2 + -3x$ falsch!!! $2 + (-3x)$ richtig!!!
- Steht vor der Klammer ein Plus, so ändern sich die Vorzeichen in der Klammer nicht, wenn wir die Klammer samt dem + davor auflösen
  $2 + (-3x + 2a) = 2 - 3x + 2a$
- Steht vor der Klammer ein Minus, so ändern sich alle Vorzeichen in der Klammer, wenn wir die Klammer samt dem – davor auflösen
  $2 - (-3x + 2a) = 2 + 3x - 2a$
- Steht vor der Klammer ein Mal, so wird die Zahl/Variable vor der Klammer mit allen Werten in der Klammer multipliziert
  $2 \cdot (2 - a + 3x) = 2 \cdot 2 - 2 \cdot a + 2 \cdot 3x = 4 - 2a + 6x$
  $x \cdot (-x + a - 4) = -x \cdot x + x \cdot a - x \cdot 4 = -x^2 + ax - 4x$
  $3a \cdot (2 - a + 3x) = 3a \cdot 2 - 3a \cdot a + 3a \cdot 3x = 6a - 3a^2 + 9ax$
  $(2 + a) \cdot (1 - x) = 2 \cdot 1 + a \cdot 1 - 2 \cdot x - (+a) \cdot x = 2 + a - 2x - ax$
- Plus mal Plus ist Plus; Plus mal Minus ist Minus; Minus mal Minus ist Plus
- $x \cdot x = x^2$

Binomische Formeln:

- Ein Binom ist eine Summe oder Differenz aus zwei Gliedern (z.B. $3x - 2$; $100 + a$)
- 1. Binomische Formel:
  $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
- 2. Binomische Formel:
  $(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
- 3. Binomische Formel:
  $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Zusammenfassen von Termen:
Ziel ist es, den Term so weit wie möglich zusammenzufassen (zu vereinfachen).
Es darf nur zusammengefasst werden, was gleich ist!

Bsp.: $-2a+\frac{2}{5}x+3a-5z+\frac{3}{5}x \quad = \quad a+1x-5z$ denn: $-2a+3a=1a=a$
$+\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}x=\frac{5}{5}x=1x=x$

Hinweis beim Zusammenfassen von Termen
Markiere gleiche Variablen samt ihrem Vorzeichen und ihrem Faktor in derselben Farbe.
Gib anschließend im TR die gleichfarbigen Zahlen samt ihrem Vorzeichen aber ohne die Variable ein.

Term	Eingabe im TR für a	Eingabe im TR für x	Zusammengefasster Term
$-2a+\frac{2}{5}x+3a-5z+\frac{3}{5}x$	$-2+3=1$	$+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=1$	$a+1x-5z$

Schreibe anschließend das Ergebnis des zusammengefassten Terms auf.

Aufstellen von Termen:
Zu jeder Rechenoperation gehören bestimmte Fachbegriffe. Die richtige Zuordnung ist Voraussetzung für das Aufstellen und Formulieren von Termen.

Addition $+$	Subtraktion $-$	Multiplikation $\cdot$	Division $\div$
Vermehren Hinzufügen Plus Addieren Summand Summe	Vermindern Wegnehmen Minus Subtrahieren Minuend Subtrahend Differenz	Vervielfachen Verdoppeln, Verdreifachen usw. Mal Multiplizieren Faktor Produkt	Teilen Dritter Teil, Vierter Teil, usw. Durch / Geteilt Dividieren Dividend Divisor Quotient
Summand + Summand = Summe	Minuend - Subtrahend = Differenz	Faktor · Faktor = Produkt	Dividend ÷ Divisor = Quotient

Um einen Term aufstellen zu können, muss für die Unbekannte Größe zuerst eine Variable definiert werden.

Bsp.: Sei x eine Zahl
- Das Doppelte einer Zahl vermindert um 7: $2\cdot x-7$
- Die Hälfte aus der Summe von Zwölf und einer Zahl: $(12+x)\div 2=\frac{12+x}{2}$
- Vermehre das Produkt aus Acht und einer Zahl um drei: $8\cdot x+3$

Termwertberechnung:
Kennt man den Wert der Variable, die in einem Term vorkommt, so kann man den Wert des Terms berechnen.

Bsp.: $2a-4\cdot y$ sei $a=-2 \quad und \quad y=\frac{1}{4}$ eingesetzt liefert: $2\cdot(-2)-4\cdot\frac{1}{4}$

Diesen Term kann man in den TR eingeben und erhält: $2\cdot(-2)-4\cdot\frac{1}{4}=-5$

Gleichungen:
Eine Gleichung verbindet zwei Terme (T_1 und T_2) mit einem Gleichheitszeichen.
Dadurch erhält man die Aussage $T_1 = T_2$.

Bsp.

$$\underbrace{\underbrace{2x-5}_{\text{Term1}} = \underbrace{-10+3\cdot x}_{\text{Term2}}}_{\text{Gleichung}}$$

Eine Gleichung mit nur einer Variable (unbekannte Größe) führt nur für einen Wert zu einer wahren Aussage.

Bsp.: sei $x = 3$ und setzen wir diesen Wert für x ein, so folgt:

$$2\cdot 3 - 5 \stackrel{?}{=} -10 + 3\cdot 3$$
$$1 \neq -1 \qquad f.A.$$

Den Wert der Variable, der zu einer wahren Aussage führt, kann man durch Umstellen der Gleichung rechnerisch ermitteln. Das Umstellen einer Gleichung zur gesuchten Größe erfolgt durch die jeweilige Gegenoperation.

Rechenoperation	Gegenoperation
$+\ Addition$	$-\ Subtraktion$
$-\ Subtraktion$	$+\ Addition$
$\cdot\ Multiplikation$	$\div\ Division$
$\div\ Division$	$\cdot\ Multiplikation$
$Quadrieren$	$"Wurzel\ Ziehen"$
$"Wurzel\ Ziehen"$	$Quadrieren$
$\sin$	$\sin^{-1}$
$\sin^{-1}$	$\sin$
cos^{-1}	cos
cos	cos^{-1}

Umstellen von Gleichungen:

Ziel: Durch Umstellen der Gleichung den Wert von ***x*** ermitteln, der zu einer wahren Aussage führt.

Lineare Gleichungen

1. Strategieschritt: Bringe alle Zahlen auf die rechte Seite der Gleichung und dann alle ***x*** auf die linke Seite der Gleichung. *(Verwende dazu immer die Gegenoperation und wende sie auf beiden Seiten an!!!)*	$6x - 12 = \frac{1}{3}x + 5 \quad \vert +12$ $6x = \frac{1}{3}x + 17 \quad \vert -\frac{1}{3}x$ $\frac{17}{3}x = 17$
2. Strategieschritt: Dividiere beide Seiten durch die Zahl, die vor dem ***x*** steht.	$\frac{17}{3}x = 17 \quad \vert \div \frac{17}{3}$ $\underline{\underline{x = 3}}$
Probe: Ergibt sich bei der Probe eine wahre Aussage, ist der errechnete Wert richtig.	$6 \cdot \mathbf{3} - 12 \overset{?}{=} \frac{1}{3} \cdot \mathbf{3} + 5$ $6 = 6$ w.A.

Beispiele zur Bruchrechnung siehe Prozent- und Zinsrechnung

Beispiele zu den Operationen $Quadrieren$ und "$Wurzel\ Ziehen$"
siehe **Satz des Pythagoras**

$\left.\begin{array}{l} \sin \text{ und } \sin^{-1} \\ cos^{-1} \text{ und } cos \end{array}\right\}$ *siehe* **Trigonometrie**