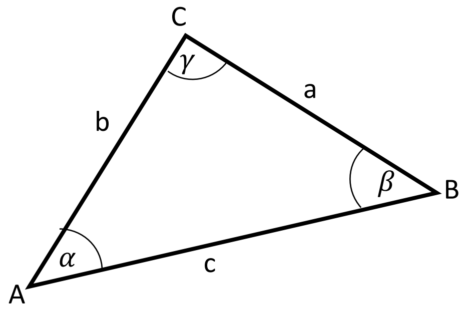
Z U S A M M E N F A S S U N G – B B R / M S A

Satz des Pythagoras

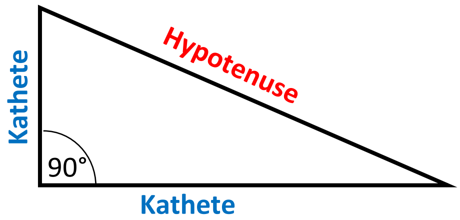
1. Grundlagen am Dreieck



- Eckpunkte werden mit Großbuchstaben beschriftet ***(ENTGEGEN des Uhrzeigersinns!!!!!!!)***
- Die Seite gegenüber dem Eckpunkt wird mit dem zugehörigen Kleinbuchstaben beschriftet
- In den Ecken wird entsprechend des Buchstabens der griechische Buchstabe für den zugehörigen Winkel eingetragen;
  Es gilt: $A = \alpha(Alpha) \qquad B = \beta(Betta) \qquad C = \gamma(Gamma)$

- Winkel- und Seitenverhältnisse in allen Dreiecken:
  - $\alpha + \beta + \gamma = 180°$ (**I**nnen**W**inkel**S**ummensatz)
  - je größer der Winkel, desto größer die ihm gegenüberliegende Seite (**W**inkel**S**eiten**V**erhältnis)

2. Begriffe am rechtwinkligen Dreieck



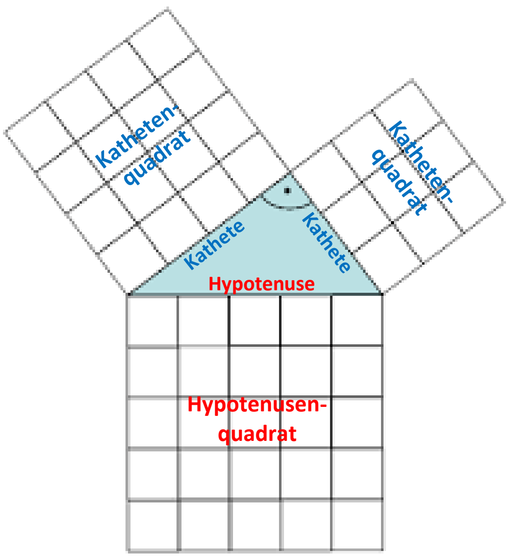
Hinweis:

Ist ein rechtwinkliges Dreieck gegeben, so muss einer der drei Winkel 90° groß sein. Nach dem **IWS** folgt, dass dieser dann der größte Winkel in dem Dreieck ist. Nach dem **WSV** folgt, dass diesem Winkel die größte Seite gegenüber liegt.

Diese Seite heißt **Hypotenuse** ***(Sie liegt dem rechten Winkel gegenüber)***

Die beiden anderen Seiten heißen **Kathete**

3. Der Satz des Pythagoras



Quadriert man die beiden Katheten und die Hypotenuse,

so stellt man fest, dass gilt:

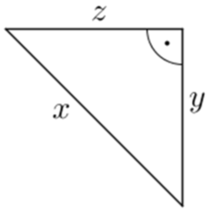
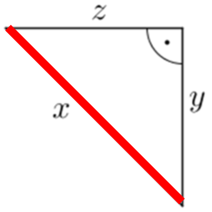
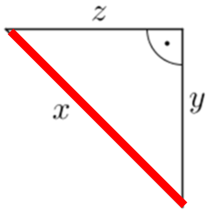
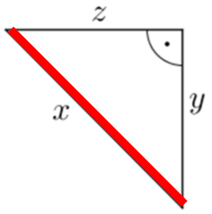
Hypotenusenquadrat = Kathetenquadrat + Kathetenquadrat

Hier:

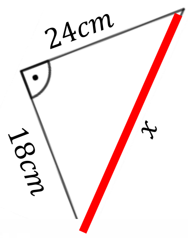
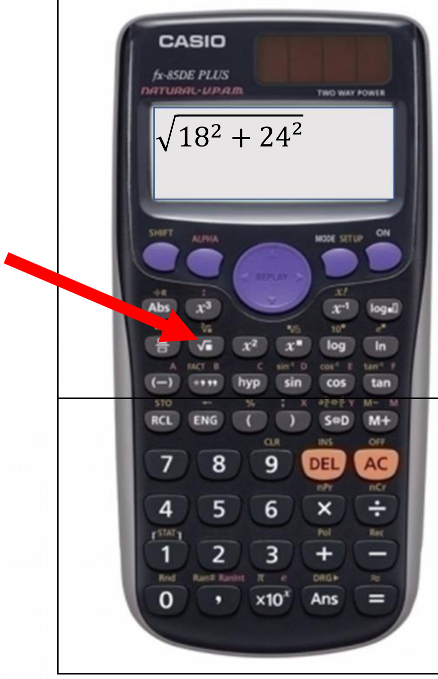
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$
$$25 = 16 + 9$$
$$25 = 25$$

Durch den S.d.P. erhalten wir eine Gleichung, die es uns ermöglicht bei zwei gegebenen Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks die jeweils dritte Seite zu berechnen.

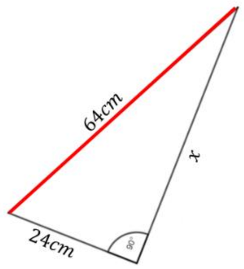
4. Strategie zum Aufstellen des Satzes des Pythagoras

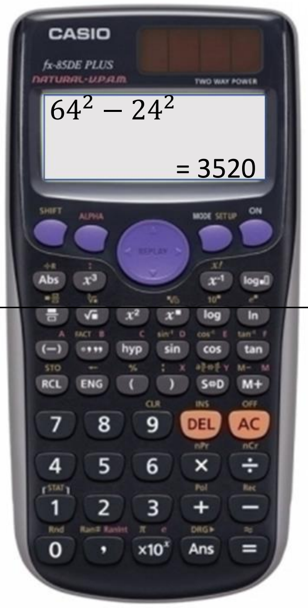
	1. Überzeuge dich, dass es ein rechtwinkliges Dreieck ist.
	2. Hast du den rechten Winkel gefunden, markiere die ihm gegenüberliegende Seite farbig. Sie ist die Hypotenuse.
 $x^2 =$	3. Quadriere ihren Wert, schreibe dann ein =
 $x^2 = y^2 + z^2$	4. Schreibe dann die Summe der beiden Kathetenquadrate hinter das =. (Die Reihenfolge der Kathetenquadrate ist nicht wichtig)

5. Berechnung der Hypotenuse

	1. Stelle den S.d.P wie in der Strategie besprochen auf. $x^2 = 18^2 + 24^2$
	2. Drücke am TR die Wurzel-Taste und gib anschließend den Term der rechten Seite ein $\sqrt{18^2 + 24^2}$. Drücke dann = $x^2 = 18^2 + 24^2 \quad \vert\sqrt{}$ $x = \sqrt{18^2 + 24^2}$ Das x wird nach dem „Wurzel Ziehen“ ohne hoch 2 geschrieben!!!!
	3. Unterstreiche das Ergebnis doppelt mit Lineal. $x^2 = 18^2 + 24^2$ $x = \sqrt{18^2 + 24^2} \quad \vert\sqrt{}$ $\underline{\underline{x = 30cm}}$ Vergiss am Ende nicht die EINHEIT!!!!!

6. Berechnung der Kathete

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>1. Stelle den S.d.P wie in der Strategie besprochen auf.

$$64^2 = 24^2 + x^2$$</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">
</td>
<td>2. Subtrahiere auf beiden Seiten das Kathetenquadrat

$$\begin{aligned} 64^2 &= 24^2 + x^2 \quad &&|-24^2 \\ 3520 &= x^2 && \end{aligned}$$

Auf der rechten Seite der Gleichung bleibt nur noch x^2 stehen.</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Drücke am TR die Wurzel-Taste und gib anschließend den Wert der linken Seite ein $\sqrt{3520}$. Drücke dann =

$$\begin{aligned} 64^2 &= 24^2 + x^2 \quad &&|-24^2 \\ 3520 &= x^2 &&|\sqrt{} \\ \sqrt{3520} &= x && \end{aligned}$$

Das *x* wird nach dem „Wurzel Ziehen“ ohne hoch 2 geschrieben!!!!</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4. Unterstreiche das Ergebnis doppelt mit Lineal.

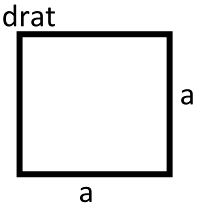
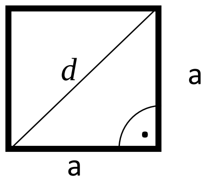
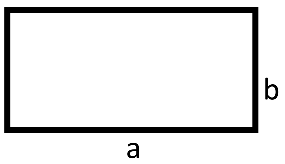
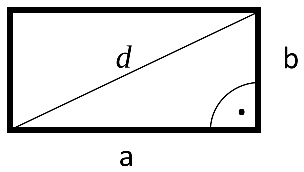
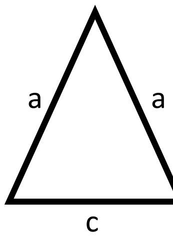
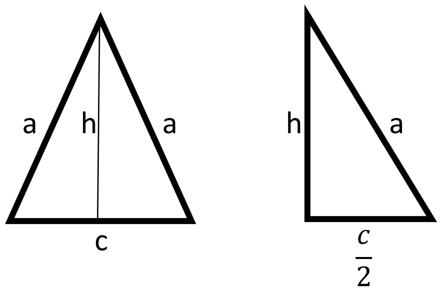
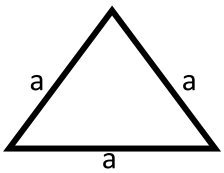
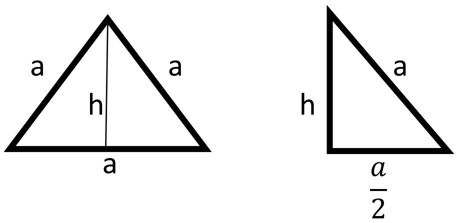
$$\begin{aligned} 64^2 &= 24^2 + x^2 \quad &&|-24^2 \\ 3520 &= x^2 &&|\sqrt{} \\ \sqrt{3520} &= x && \\ \underline{\underline{59{,}3cm}} &= \underline{\underline{x}} && \end{aligned}$$

Vergiss am Ende nicht die EINHEIT!!!!!!</td>
</tr>
</table>

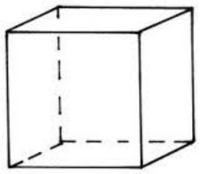
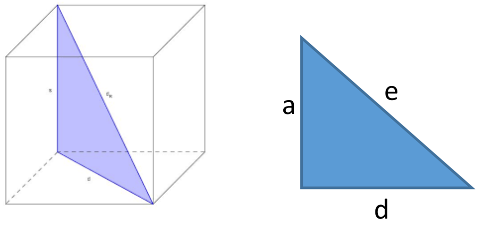
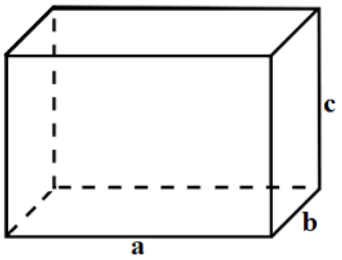
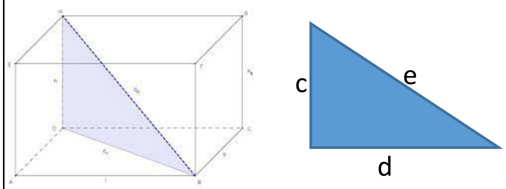
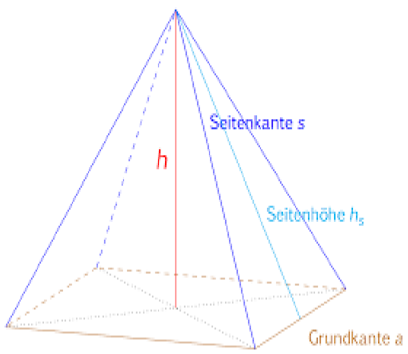
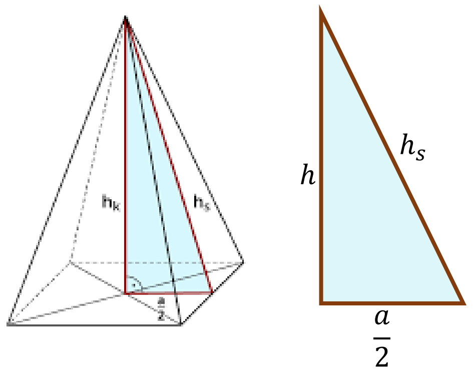
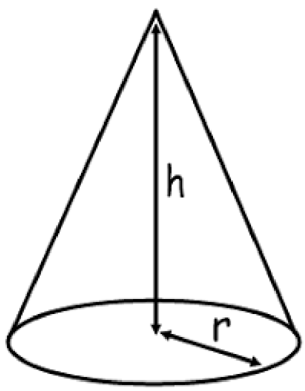
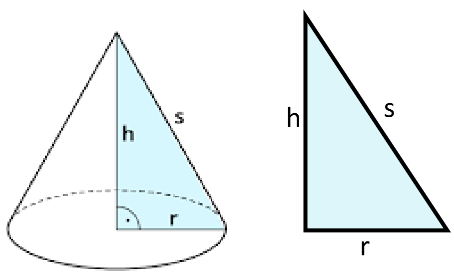
7. Satz des Pythagoras in ebenen Figuren und Körpern

Rechtwinklige Dreiecke sind ein Sonderfall in der Geometrie und im Alltag. Der S.d.P. ist aber nur auf rechtwinklige Dreiecke anwendbar. Das heißt, wir müssen ggf. in den ebenen Figuren bzw. in den Körpern rechtwinklige Dreiecke erzeugen.

7.1 Ebene Figuren und der Satz des Pythagoras (Eine Auswahl)

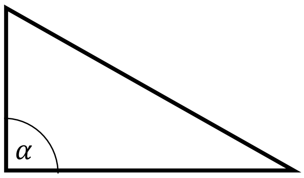
Ebene Figur	Ebene Figur mit rechtwinkligem Dreieck	Zugehöriger S.d.P.
Quadrat 		$d^2 = a^2 + a^2$ d ist Diagonale im Quadrat
Rechteck 		$d^2 = a^2 + b^2$ d ist Diagonale im Rechteck
Gleichschenkliges Dreieck 		$a^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$ h ist die Höhe des Dreiecks
Gleichseitiges Dreieck 		$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ h ist die Höhe des Dreiecks

7.2 Körper und der Satz des Pythagoras (Eine Auswahl)

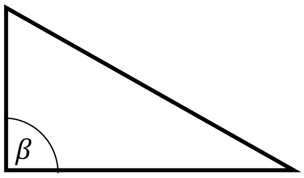
Körper	Körper mit rechtwinkligem Dreieck	Zugehöriger S.d.P.
Würfel mit der Kantenlänge a 		$e^2 = a^2 + d^2$ a ist Kantenlänge des Würfels d ist Diagonale des Quadrats (der Grundfläche) e ist Raumdiagonale des Würfels Formel im HA: $e = a \cdot \sqrt{3}$
Quader mit den Kantenlängen a, b und c 		$e^2 = c^2 + d^2$ c ist eine Kantenlänge des Quaders d ist Diagonale des Rechtecks (der Grundfläche) e ist Raumdiagonale des Quaders Formel im HA: $e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Quadratische Pyramide mit der Grundkantenlänge a und der Höhe h 		$h_s{}^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ a ist die Grundkantenlänge der quadratischen Pyramide h ist die Höhe der Pyramide h_s ist die Seitenhöhe der Pyramide
Kegel mit dem Radius r und der Höhe h 		$s^2 = h^2 + r^2$ r ist der Radius des Kreises (der Grundfläche) h ist die Höhe des Kegels s ist die Mantellinie des Kegels

8. Umkehrung des Satzes des Pythagoras

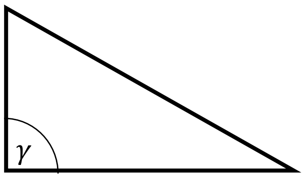
Ist ein Dreieck *A,B,C* gegeben und es gilt: $\alpha = 90°$, dann gilt auch: $a^2 = b^2 + c^2$



Bzw.
Ist ein Dreieck *A,B,C* gegeben und es gilt: $\beta = 90°$, dann gilt auch: $b^2 = a^2 + c^2$



Bzw.
Ist ein Dreieck *A,B,C* gegeben und es gilt: $\gamma = 90°$, dann gilt auch: $c^2 = a^2 + b^2$



9. Pythagoreische Zahlentripel

Ein pythagoreisches Zahlentripel besteht aus drei natürlichen Zahlen (z.B. 3, 4 und 5), welche die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks sind.

Sie erfüllen also die Gleichung $c^2 = a^2 + b^2$ (wenn c Hypotenuse ist!!!!!!!)

Die größte der drei Zahlen ist die Länge der Hypotenuse,
die beiden anderen zahlen sind die Längen der Katheten.

Um zu überprüfen, ob die gegebenen Seitenlängen auch wirklich Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind, müssen diese entsprechend in die Gleichung eingesetzt werden. Ergibt sich eine wahre Aussage, ist es ein rechtwinkliges Dreieck, andernfalls nicht.

Bsp.:

Geg. Dreieck *A,B,C* mit a=12cm, b=17cm und c=11cm	Überprüfung: b ist die längste Seite ➔ sie muss Hypotenuse sein Der Ansatz muss also lauten: $b^2 = a^2 + c^2$ Gegebene Werte einsetzen: $17^2 = 12^2 + 11^2$ Mit dem TR Aussage überprüfen: $289 = 144 + 121$ $289 \neq 265$ f.A. Antwort: Da sich eine falsche Aussage ergeben hat, sind dies nicht die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks.
Geg. Dreieck *A,B,C* mit a=25cm, b=7cm und c=24cm	Überprüfung: $25^2 = 24^2 + 7^2$ $625 = 625$ w.A. Antwort: Es sind die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks.